EXERCICE N° 1 — 10' — 4 point

Soit le nombre complexe $a = \dfrac{5+3i\sqrt{3}}{2(1-2i\sqrt{3})}$

1. Ecrire a sous la forme algébrique.
2. Vérifier que $a^2 = \overline{a}$. En déduire a^3 et montrer que $1 + a + a^2 = 0$.
3. Dans le plan complexe muni d'un repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on donne les points $A_1; A_2$ et A_3 d'affixes respectifs : 1 ; a et a^2. Montrer que le triangle $A_1A_2A_3$ est équilatéral.

EXERCICE N° 2 — 10' — 4 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé ,on considère les points A, B, C et I d'affixes respectives : $-2i; 1+i; 4+2i$ et 2.

1. (a) Placer les points A, B, C et I.
   (b) Vérifier que I est le milieu de $[AC]$.
2. (a) Calculer les affixes u et u' des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et BC .
   (b) Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle de sommet principal B.
3. Soit D le symétrique de B par rapport au point I.
   (a) Déterminer l'affixe du point D.
   (b) Montrer que $ABCD$ est un losange.

EXERCICE N° 3 — 15' — 4 point

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives : 1 et $-i$. Soit f l'application de $P \setminus \{A\}$ qui à tout point M d'affixe z' associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{1-z}{1-iz}$.

1. Déterminer l'ensemble E_1 des points M pour que z' soit réel.
2. Déterminer l'ensemble $E2$ des points M pour que $|z'| = 1$.
3. (a) Montrer que pour tout z on a : $z' + i = \dfrac{-1+i}{z+i}$
   (b) En déduire que : $BM.BM' = \sqrt{2}$
   (c) Montrer que si M appartient au cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$ alors le point M' appartient à un cercle que l'on déterminera.

Qarray.tn-Agra Blech-Qarray.tn
Qarray.tn-Agra Blech-Qarray.tn